

Математички модел високобрзинског синхроног мотора са перманентним магнетима са уваженим губицима у гвожђу

Петар Матић¹, Марко Гецић², Дарко Марчетић³, Владимир Поповић³, Ђура Орос³

¹Универзитет у Бањој Луци, Електротехнички факултет, Бања Лука, Република Српска

²Torqueedo GmbH, Gilching, Germany

³Универзитет у Новом Саду, Факултет техничких наука, Нови Сад, Србија

petar.matic@etf.unibl.org, marko.gecic@torqueedo.com, darmar@uns.ac.rs, vladimir.popovic@uns.ac.rs, djura.oros@uns.ac.rs

Садржај—У раду је описан поступак извођења математичког модела синхроног мотора са унутрашње монтираним перманентним магнетима у коме су уважени губици у гвожђу. Рад садржи теоријску анализу процеса настајања губитака у гвожђу, модификацију стандардног модела, потребна упрошћења и критичку анализу, те опис практичног одређивања параметара модела. Верификација добијеног модела обављена је поређењем резултата рачунарске симулације и експериментално снимљених резултата. Наведене су неке могуће примјене модела у пракси: за алгоритме оптимизације енергетске ефикасности и за развој алгоритама неререгенеративног кочења.

Кључне ријечи—синхроне машине са перманентним магнетима, губици у гвожђу, енергетска ефикасност, неререгенеративно кочење

I. УВОД

Синхроне машине са унутрашње монтираним перманентним магнетима (енг. *Internal Permanent Magnet Synchronous Machines – IPMSM*) су у протеклих десетак година доживјеле велику експанзију у векторски управљаним погонима широке намјене, нпр. у кућним апаратима и погонима мале снаге [1]. Захваљујући унутрашње постављеним магнетима, оне обично раде на високом брзинама обртања (високобрзинске машине), па су малих габарита и ниске цијене. Поред наведеног, њихова предност у односу на остале врсте електричних машина је у томе што су веома енергетски ефикасне, јер се на ротору, на коме се налази перманентни магнет, не генеришу никакви губици. Код њих губици снаге постоје само на статору, и то у намотајима (тзв. губици у бакру) и у магнетном колу статора (тзв. губици у гвожђу).

При моделовању и анализи рада, као и при изради алгоритама за дигитално управљање IPMSM, губици у гвожђу се обично занемарују. Основни разлог за њихово занемаривање је чињеница да се они тешко моделују, док је други разлог што се процес електромеханичког претварања енергије може довољно тачно моделовати и без губитака у гвожђу [2]. Губитке у гвожђу је неопходно уважити у моделима за посебне примјене, као што су развој техника за увећавање ефикасности или техника за кочење мотора без регенерације енергије. У литератури

постоји више приступа за модификацију модела IPMSM тако да се уваже губици у гвожђу [3-6], али су најчешће редуковани и дати за устаљено стање.

У раду ће се прво дати детаљан поступак извођења општег модела IPMSM са уваженим губицима у гвожђу, затим образложити потребна упрошћења у циљу поједностављења модела, те описати методологија практичног одређивања одговарајућих параметара. У циљу верификације модела, упоредиће се резултати рачунарске симулације добијеног математичког модела са вриједностима измјереним у експерименту. На крају рада, описаће се двије могуће примјене добијеног модела у пракси: за развој техника за минимизацију губитака, и за развој техника за неререгенеративно кочење.

II. МОДЕЛ IPMSM БЕЗ ГУБИТАКА У ГВОЖЂУ

У литератури се модел електричног подсистема IPMSM без губитака у гвожђу даје сљедећим системом једначина [1, 2]:

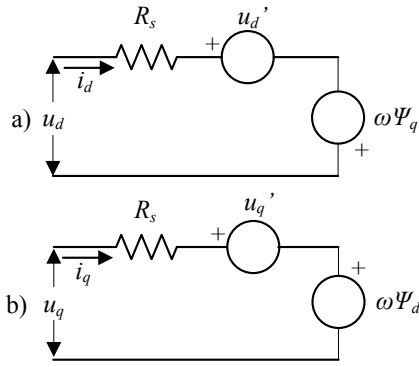
$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix} + \omega_e \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{PM} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$m_e = \frac{3}{2} P (\Psi_{PM} i_{sq} + (L_d - L_q) i_{sd} i_{sq}), \quad (3)$$

гдје су u_d , u_q , i_d , i_q , Ψ_d и Ψ_q напони, струје и флуksни обухвати по d и q оси, Ψ_{PM} флуksни обухват перманентног магнета на ротору, L_d и L_q синхроне реактансе статора, а P број пари полова. У овом моделу синхроно ротирајући координатни систем оријентисан је тако да се d оса поклапа са флуksном перманентног магнета. Одговарајућа еквивалентна шема за d и q осу је дата на Слици 1, гдје су транзијентне електромоторне силе:

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_d \\ \dot{u}_q \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}. \quad (3)$$



Слика 1: Еквивалентна шема IPMSM по d и q оси без уважавања губитака у гвожђу

III. ГУБИЦИ У ГВОЖЂУ IPMSM

На ротору IPMSM налази се перманентни магнет који је у синхронизму са обртним пољем, па у његовом магнетном колу нема губитака. Због тога губици у гвожђу IPMSM постоје само у магнетном колу статора, гдје је флуks временски промјенљив. Флуksни обухват статора може се написати у облику:

$$\begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_{\gamma d} \\ \Psi_{\gamma q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{md} \\ \Psi_{mq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{PM} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_{\gamma d} \\ \Psi_{\gamma q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{Fed} \\ \Psi_{Feq} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

гдје су $\Psi_{\gamma d}$ и $\Psi_{\gamma q}$ расипни флуksеви статора, Ψ_{md} и Ψ_{mq} флуksеви магнећења који представљају допринос струја статора заједничком флуksу, а Ψ_{PM} је флуks перманентног магнета. Расипни флуksеви се затварају ван магнетног кола, тако да губитке у гвожђу ствара само онај дио флуksа статора (Ψ_{Fed} и Ψ_{Feq}) који се затвара кроз његово магнетно коло:

$$\Psi_{Fes} = \sqrt{\Psi_{Fed}^2 + \Psi_{Feq}^2}. \quad (5)$$

Уз претпоставку да је магнетно коло незасићено, једначина (4) може се написати у облику:

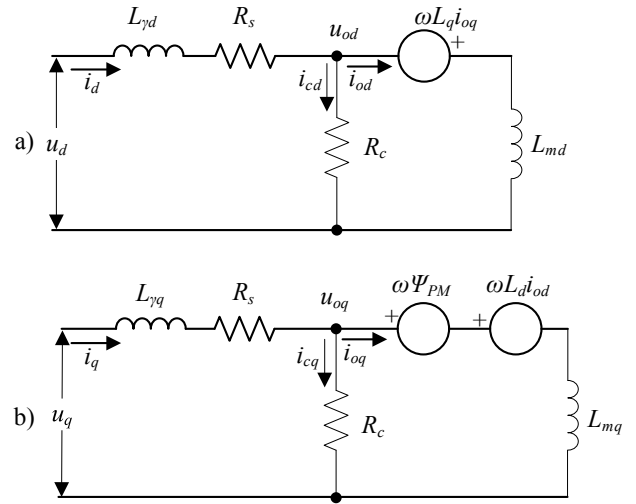
$$\begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\gamma d} i_d \\ L_{\gamma q} i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{md} i_{0d} \\ L_{mq} i_{0q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{PM} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\gamma d} & 0 \\ 0 & L_{\gamma q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{md} & 0 \\ 0 & L_{mq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0d} \\ i_{0q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{PM} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

гдје су $L_{\gamma d}$ и $L_{\gamma q}$ расипне индуктивности статора, а L_{md} и L_{mq} индуктивности магнећења по d и q оси. У оваквој представи, кроз расипне индуктивности статора протичу струје статора i_d и i_q које стварају расипни флуks статора, а кроз индуктивности магнећења протичу струје i_{0d} и i_{0q} које моделују заједнички флуks (магнећења) који потиче од струја статора. Треба примијетити да уколико не постоје губици у гвожђу статора, тада је $i_d = i_{0d}$ и

$i_q = i_{0q}$, па се једначина за флуksне обухвате (6) своди на једначину (2), и тада важи:

$$\begin{bmatrix} L_d \\ L_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\gamma d} + L_{md} \\ L_{\gamma q} + L_{mq} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Губици у гвожђу моделују се преко фиктивног отпорника R_c на коме ће фиктивне струје i_{cd} и i_{cq} створити еквивалентне губитке у гвожђу. Овај отпорник се додаје оточно [3], како је приказано на Слици 2, а струје кроз њега одбијају се од струја статора.



Слика 2: Еквивалентна шема IPMSM по d и q оси са уваженим губицима

Укупне струје статора и губици у гвожђу су:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{0d} \\ i_{0q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{cd} \\ i_{cq} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$P_{Fe} = \frac{3}{2} R_c (i_{cd}^2 + i_{cq}^2). \quad (9)$$

На овај начин, струја статора има двије компоненте: магнетизационе струје i_{0d} и i_{0q} , које моделују допринос струја статора укупном заједничком флуksу, и оточне струје i_{cd} и i_{cq} , које моделују губитке у гвожђу. Овај модел важи у општем случају, чак и када се посматра IPMSM у идеалном (генераторском) празном ходу. У том случају су струје статора једнаке нули, $i_d = 0$ и $i_q = 0$, а према Слици 2 постоје фиктивне струје магнећења $i_{0d} = i_{cd}$ и $i_{0q} = i_{cq}$ које стварају губитке празног хода. Растом терета, расту струје статора, па настаје флуks магнећења статора који увећава губитке у односу на идеалан празан ход. С друге стране, уколико се занемаре губици у гвожђу, тада је $R_c \rightarrow \infty$, па се еквивалентна шема са Сlike 2 своди се на шему са Сlike 1, јер је тада $i_{cd} = 0$ и $i_{cq} = 0$, а $i_d = i_{0d}$ и $i_q = i_{0q}$.

Према шеми са Сlike 2, једначине напонске равнотеже и флуksних обухвата IPMSM са уваженим губицима су:

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{\gamma d} & 0 \\ 0 & L_{\gamma q} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{md} & 0 \\ 0 & L_{mq} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{d0} \\ i_{q0} \end{bmatrix} + \omega_e \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{d0} \\ \Psi_{q0} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{d0} \\ \Psi_{q0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{md} & 0 \\ 0 & L_{mq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0d} \\ i_{0q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{PM} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

при чему је:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{0d} \\ i_{0q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{cd} \\ i_{cq} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

IV. ПАРАМЕТРИ МОДЕЛА IPMSM СА УВАЖЕНИМ ГУБИЦИМА

У моделу електричног подсистема IPMSM (10)-(12) са уваженим губицима фигуришу фиктивни отпорник R_c и расипне и магнетизационе индуктивности по d и q оси. Поступак одређивања параметара модела уз одговарајуће модификације биће објашњен у наставку.

A. Одређивање отпорника R_c

Кључни параметар у моделу IPMSM са уваженим губицима у гвожђу је отпорник R_c , који моделује губитке у гвожђу, и који је на основу (9) једнак:

$$R_c = \frac{2}{3} \frac{P_{Fe}}{(i_{cd}^2 + i_{cq}^2)} \quad (13)$$

Отпорник (13) моделује све губитке у гвожђу статора који се, у општем случају, групишу у губитке услед хистерезиса P_H , губитакe услед вртложних струја P_{VS} , те додатне губитке услед виших хармоника и осталих секундарних појава. У литератури постоји више приступа за анализу појединих губитака [4], при чему се додатни губитци обично занемарују, а хистерезисни губитци и губитци услед вртложних струја описују се изразом:

$$P_{Fe} = P_H + P_{VS} = (c_1 \omega_e + c_2 \omega_e^2) \Psi_{Fes}^2. \quad (14)$$

Према (14) сматра се да губитци у гвожђу статора зависе од квадрата помјенљивог флуksа у његовом магнетном колу, те од синхроне брзине и од њеног квадрата. Усвајањем наведене апроксимације, отпорник R_c може се одредити из (9) и (14):

$$R_c = \frac{(c_1 \omega_e + c_2 \omega_e^2) \Psi_{Fes}^2}{i_{cd}^2 + i_{cq}^2} = R_c(\omega_e, \Psi_{Fes}), \quad (15)$$

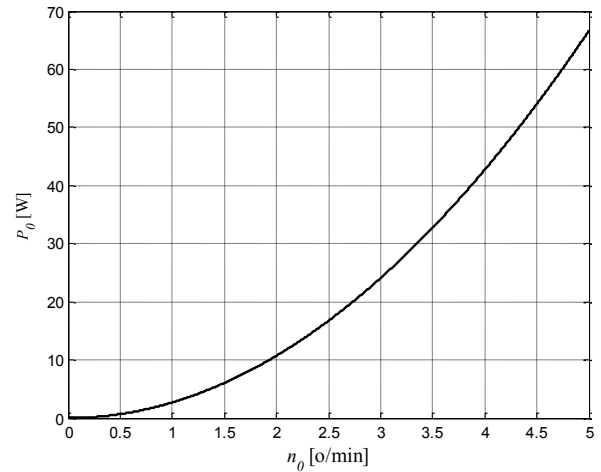
који, ако се не занемари засићење, зависи и од нивоа флуksа. Уколико се занемари засићење, отпорник R_c се може одредити из огледа моторског празног хода као:

$$R_c = \frac{2}{3} \frac{(\omega_e \Psi_{PM})^2}{P_0 - P_{Cu0}}, \quad (16)$$

при чему су P_0 и ω_e измјерене вриједности снаге и брзине обртања у празном ходу, а P_{Cu0} су губици у намотајима статора у празном ходу који се рачунају из измјерених струја празног хода:

$$P_{Cu0} = \frac{3}{2} R_s (i_{dPH}^2 + i_{qPH}^2) \quad (17)$$

Струје статора у празном ходу i_{dPH} , и i_{qPH} обично имају малу вриједност, па се могу занемарити, и тада је $P_0 \approx P_{Fe0}$. У огледу моторског празног хода снима се одговарајућа зависност снаге празног хода од брзине, приказана на Сlici 3 [4]. Уврштавањем измјерених вриједности у (16), добија се зависност фиктивног отпорника од брзине.

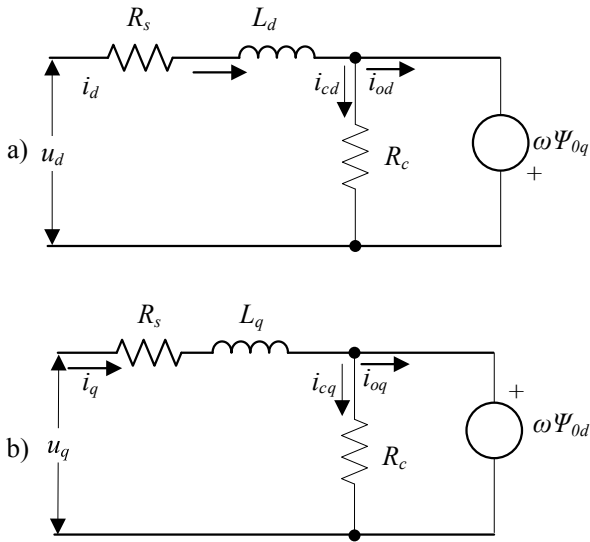


Слика 3: Губици у гвожђу P_{Fe} у функцији учестаности (брзине обртања)

Може се примијетити да су на овај начин губитци трења и вентилације P_{fv} (тзв. механички губитци) придружени губицима у гвожђу, али они зависе само од брзине.

B. Одређивање индуктивности

У моделу (10-12) фигуришу расипне индуктивности статора, $L_{\gamma d}$ и $L_{\gamma q}$, те магнетизационе индуктивности L_{md} и L_{mq} . Оне се могу одредити примјеном неке од уобичајених процедура за одређивање параметара синхроних машина [1]. Међутим, ради једноставности [5], магнетне појаве могу се описати према модификованој еквивалентној шеми са Сlike 4. У овој модификацији отпорник који моделује губитке у гвожђу је пребачен иза индуктивности магнећења, па су расипне индуктивности и индуктивност магнећења сабране као у (7). Овим се параметри модела знатно лакше одређују јер у њему сада фигуришу познате синхроне индуктивности. При томе је настала прихватљива грешка, јер су струје које теку кроз отпорник који моделује губитке у гвожђу у оточној грани много мање од струја кроз редну грану.



Слика 4: Модификована еквивалентна шема са индуктивностима расипања придруженим индуктивностима магнетнећа

У складу са наведеним приступом из [5], напонска једначина IPMSM са уваженим губицима у гвожђу постаје:

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \omega_e \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{0d} \\ \Psi_{0q} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

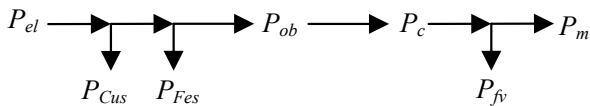
при чему су флуксни обухвати:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{0d} \\ \Psi_{0q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0d} \\ i_{0q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{PM} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

а струје статора исте као у (12).

V. ТОКОВИ СНАГА У МОДЕЛУ IPMSM СА УВАЖЕНИМ ГУБИЦИМА У ГВОЖЂУ

Да би се математички модел компетирао једначином за момент, потребно одредити снагу обртног поља и снагу конверзије, $P_{ob} = P_c$, односно анализирати токове снага у IPMSM са уваженим губицима, како је приказано на Слици 5.



Слика 5: Токови снага у IPMSM са уваженим губицима у гвожђу

Улазна (електрична) снага у IPMSM је:

$$P_e = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d & i_q \end{bmatrix}, \quad (20)$$

која уврштавањем једначине напонске равнотеже (18) у стационарном стању постаје:

$$P_e = \frac{3}{2} R_s (i_d^2 + i_q^2) + \frac{3}{2} \omega_e [(\Psi_{PM} + L_d i_{0d}) i_q - L_q i_d i_{0q}] = P_{Cu} + (P_{Fe} + P_c) \quad (21)$$

Први сабирак у добијеном изразу представља губитке у баку статора, а други збир снаге конверзије и снаге губитака у гвожђу. Ако се у другом сабирку у (21) струје i_d и i_q изразе преко струја кроз оточни отпорник и струја магнетнећа (12), добијају се изрази за губитке у баку P_{Cu} , губитке у гвожђу P_{Fe} и снагу конверзије P_c :

$$P_e = \frac{3}{2} R_s (i_d^2 + i_q^2) + \frac{3}{2} \omega_e [\Psi_{PM} i_{qc} + L_d i_{0d} i_{qc} - L_q i_{0q} i_{dc}] + \frac{3}{2} \omega_e [\Psi_{PM} i_{0q} + (L_d - L_q) i_{0d} i_{0q}] = P_{Cu} + P_{Fe} + P_c \quad (22)$$

Момент конверзије у моделу са уваженим губицима је:

$$m_c = \frac{3}{2} P [\Psi_{PM} i_{0q} + (L_d - L_q) i_{0d} i_{0q}], \quad (23)$$

при чему се из (22) види да се губици у гвожђу могу представити и у форми еквивалентног момента

$$m_{Fe} = \frac{3}{2} P (\Psi_{PM} i_{cq} + L_d i_{0d} i_{cq} - L_q i_{0q} i_{cd}), \quad (24)$$

који се супротставља моменту конверзије. Физички гледано, губици у гвожђу стварају кочни момент, а снага губитака у гвожђу, осим из (9), може се одредити и из:

$$P_{Fe} = \frac{3}{2} \omega_e [\Psi_{PM} i_{cq} + L_d i_{0d} i_{cq} - L_q i_{0q} i_{cd}]. \quad (25)$$

VI. ПРЕГЛЕД ЈЕДНАЧИНА МОДЕЛА IPMSM СА УВАЖЕНИМ ГУБИЦИМА У ГВОЖЂУ

На основу претходног излагања, комплетан модел IPMSM са уваженим губицима у гвожђу, са флуксевима као промјенљивим стања, дат је једначинама:

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0d} \\ i_{0q} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{0d} \\ \Psi_{0q} \end{bmatrix} + \omega_e \begin{bmatrix} 0 & -\left(1 + \frac{R_s}{R_c}\right) \\ 1 + \frac{R_s}{R_c} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{0d} \\ \Psi_{0q} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{0d} \\ \Psi_{0q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0d} \\ i_{0q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{PM} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$m_c = \frac{3}{2} P \left[\Psi_{PM} i_{0q} + (L_d - L_q) i_{0d} i_{0q} \right], \quad (28)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = m_c - m_{opt}, \quad (29)$$

при чему се струје кроз фиктивни отпорник и струје статора рачунају из:

$$\begin{bmatrix} i_{cd} \\ i_{cq} \end{bmatrix} = \frac{\omega_e}{R_c} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{0d} \\ \Psi_{0q} \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{0d} \\ i_{0q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{cd} \\ i_{cq} \end{bmatrix}, \quad (31)$$

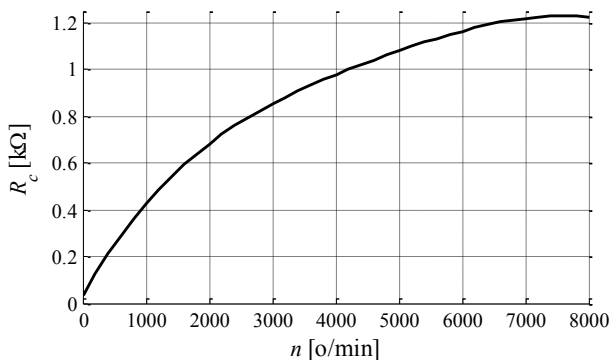
а губици у баку и гвожђу се рачунају из:

$$P_{Cu} = \frac{3}{2} R_s (i_d^2 + i_q^2) = \frac{3}{2} R_s \left[\left(i_{0d} - \frac{\omega_e L_q i_{0q}}{R_c} \right)^2 + \left(i_{0q} + \frac{\omega_e (\Psi_{PM} + L_d i_{0d})}{R_c} \right)^2 \right], \quad (32)$$

$$P_{Fe} = \frac{3}{2} R_c (i_{cd}^2 + i_{cq}^2) = \frac{3}{2} \frac{\omega_e^2}{R_c} \left[(\Psi_{PM} + L_d i_{0d})^2 + (L_q i_{0q})^2 \right]. \quad (33)$$

VII. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ОДРЕЂИВАЊЕ ПАРАМЕТАРА И ВЕРИФИКАЦИЈА МОДЕЛА IPMSM СА УВАЖЕНИМ ГУБИЦИМА

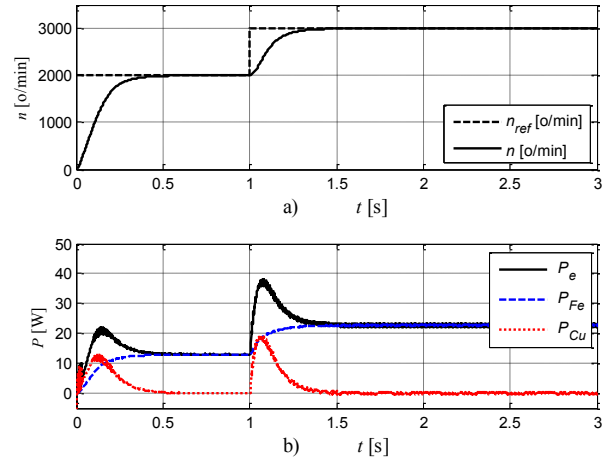
Параметри мотора који је кориштен у симулацији и експерименту су: $P = 4$, $L_d = 16.84$ mH, $L_q = 24.67$ mH, $R_s = 2.73$. На основу огледа моторског празног хода, према Слици 4 и изразима (16) и (17) добијена је зависност фиктивног отпорника R_c од брзине (15), како је приказано на Слици 6.



Слика 6: Зависност фиктивног отпорника R_c од брзине обртања

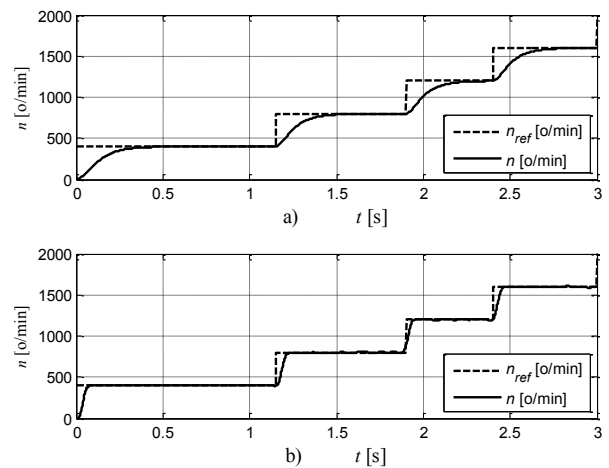
На основу математичког модела (26)-(33) направљен је рачунарски програм за симулацију рада IPMSM са уваженим губицима у гвожђу моделованим преко фиктивног отпорника са Слике 6. На Слици 7 приказани су резултати симулације радног режима убрзавања неоптерећеног погона из стања мировања до брзине од

2000 o/min, односно до 3000 o/min (Слика 7а). На Слици 7б приказани су поједини губици у машини. Са Слике 7б види се да губици у гвожђу P_{Fe} расту са растом брзине, а пошто се посматра неоптерећен погон, губици у гвожђу су приближно једнаки улазној снази. У прелазним режимима, током убрзавања, машина развија момент убрзања, који је праћен повећаним струјама, па тада настају и значајни губици у баку приказани на Слици 7б.

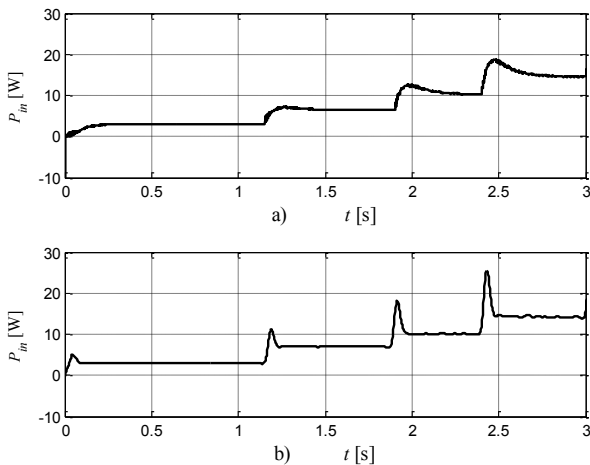


Слика 7: Рачунарска симулација рада IPMSM са уваженим губицима у гвожђу: а) брзина обртања и б) улазна снага P_e , губици у баку P_{Cu} , губици у гвожђу P_{Fe}

У циљу верификације модела, на Слици 8 и Слици 9 упоређени су одзиви добијени рачунарском симулацијом модела (26)-(33) и одзиви добијени експериментом. Посматран је режим промене брзине обртања у празном ходу, па је снага која улази у мотор приближно једнака губицима у гвожђу. На Слици 8 приказани су одзиви брзине у симулацији и експерименту, а на Слици 9 улазна снага у мотор добијена симулацијом и измјерена улазна електрична снага у експерименту.



Слика 8: Брзина обртања IPMSM у празном ходу: а) рачунарска симулација и б) измјерене вриједности у експерименту



Слика 9: Улазна снага у IPMSM у празном ходу: а) рачунарска симулација и б) измјерене вриједности у експерименту

Поређењем одзива са Сликe 9 закључује се да математички модел IPMSM са уваженим губицима у гвожђу (26)-(33) добро моделује губитке који постоје у реалној машини. Мања одступања у прелазним режимима на Сlici 9 последица су различитог подешања регулатора брзине у симулацији и експерименту, што се види са Сликe 8.

VIII. ПРИМЈЕНЕ МОДЕЛА IPMSM СА УВАЖЕНИМ ГУБИЦИМА У ГВОЖЂУ

Добијени модел може се користити за развој алгоритама за минимизацију губитака у погонима са IPMSM, односно повећавање ефикасности, као и за развој стратегија за кочење без рекуперације енергије.

A. Минимизација губитака

Минимизација губитака широко је обрађена у литератури [2-5]. Показано је да се при датом моменту оптерећења и брзини обртања могу одредити струје i_d и i_q тако да губици у машини буду минимали. У основи, тражи се минимум функције губитака

$$\min \{P_g\} = \min \{P_{Fe} + P_{Cu}\}. \quad (34)$$

уз услов да машина развија дати момент (28). На тај начин се добијају струје i_{0d} и i_{0q} из којих се, помоћу (30) и (31) одређују потребне струје i_d и i_q . У оптимизационом процесу тражи се рјешење добијеног нелинеарног система једначина, што је детаљно обрађено у литератури.

B. Нерегенеративно кочење

Друга битна примјена модела IPMSM са уваженим губицима у гвожђу је за развој техника нерегенеративног кочења [6]. Наиме, у масовним примјенама IPMSM за погоне широке потрошње, користе се јефтине мотори напајани из претварача енергетске електронике који не

омогућавају регенерацију енергије кочења у мрежу. У том случају, сва енергија кочења се мора дисипирати у погонском претварачу и у мотору. Код ове примјене, потребно је да електрична снага (21) током кочења буде једнака нули, што се своди на:

$$P_{Cu} + P_{Fe} = -P_c, \quad (35)$$

односно на услов да се снага конверзије при датој брзини дисипира на губицима унутар мотора. Из услова (35), одређује се прва веза између струја i_{d0} и i_{q0} . Друга веза се одређује из добијања што већег кочног момента. Да би кочење било што ефикасније, потребно је да током кочења губици у мотору имају максималну вриједност:

$$\max \{P_g\} = \max \{P_{Fe} + P_{Cu}\}, \quad (36)$$

одакле се добија друга веза између струја i_{d0} и i_{q0} . Рјешавањем система (35) и (36), те уз (30) и (31), одређују се потребне струје i_d и i_q за најефикасније кочење, тј. за кочење у најкраћем времену. Проблем рјешавања система датих једначина лежи у томе што је потребно одредити максимум функције губитака (36) још и уз ограничење максималних струја /или напона:

$$\sqrt{i_d^2 + i_q^2} = I_{MAX}, \quad (37)$$

$$\sqrt{u_d^2 + u_q^2} = U_{MAX}, \quad (38)$$

Ова ограничења могу, али не морају, да наступе истовремено, тако да је веома компликовано рјешавати добијени систем једначина уз додатне услове (37)-(38). Поступак одређивања оптималних струја IPMSM током нерегенеративног кочења уз уважавање губитака у гвожђу није за сада довољно обрађен у доступној литератури [7].

IX. ЗАКЉУЧАК

Модел IPMSM са уваженим губицима у гвожђу добијен је модификацијом модела у коме нема губитака. При томе су кориштени уобичајени приступи који се користе у литератури, уз додатна занемарања која су детаљно дискутована. Поређењем резултата добијених експериментом и рачунарском симулацијом потврђена је задовољавајућа тачност модела. Наведене су двије примјене модела: повећавање енергетске ефикасности и развој алгорита нерегенеративног кочења.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Дарко П. Марчетић, „Микропроцесорско управљање енергетским претварачима“, Факултет техничких наука, Нови Сад, 2012.
- [2] Владан Вучковић, „Електрични погони“, Електротехнички факултет, Београд, 1997.
- [3] C. Cavallaro, A. : D. Tommaso, R. Miceli, A. Raciti, G. R. Galluyyo, M. Trapanese: „Efficiency Enhancement of Permanent – Magnet Synchronous Motor Drives By Online Loss Minimization Approaches“, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 42, No. 4, August 2005.
- [4] Марко Гецић: „Енергетски ефикасно дигитално управљање синхроним мотором са сталним магнетима при великим брзинама

обртања“, докторска дисертација, Факултет техничких наука, Нови Сад, 2017.

- [5] S. Morimoto, Y. Ton g, Y. Takeda, T. Hirasu: “Loss Minimization Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Drives”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 541, No. 5, October 1994.
- [6] Петар Матић, Дарко Марчетић: „Нерекуперативно кочење високобрзинских синхроних мотора са перманентним магнетима“, Научно – стручни симпозијум ИНФОТЕХ, Јахорина, март 2017.
- [7] Vladan R. Jevremović, Borislav Jefenić: “An Efficient Braking Algorithm for Interior Permanent Magnet Synchronous Motors”, 13th International Symposium on Power Electronics - Ee 2005, *Proceedings*, Novi Sad, November 2nd -4th, 2005.

ABSTRACT

In this paper modeling of a synchronous motor with internally mounted permanent magnets with iron losses taken into account is described. The paper contains a theoretical

analysis of iron losses, modification of the standard model, necessary simplification and its analysis, and a discussion on the practical determination of the model parameters. The verification of the model was done by comparing the results of computer simulation model and experimentally recorded values. It is stated that the model is applicable in two practical implementations: to create drives with increased efficiency and to develop non-regenerative braking algorithms for permanent magnet synchronous drives.

MATHEMATICAL MODEL OF HIGH-SPEED PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MOTOR WITH IRON LOSSES TAKEN INTO ACCOUNT

Petar Matić, Marko Gecić, Darko Marčetić, Vladimir Popović,
Đura Oros